

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Заведующий кафедрой
функционального анализа
и операторных уравнений

ka Каменский М.И.
подпись, расшифровка подписи
20.03.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.43 Математическая логика

- 1. Код и наименование специальности:** 01.05.01 Фундаментальные математика и механика
- 2. Специализация:** Современные методы теории функций в математике и механике, Теория функций и приложения
- 3. Квалификация выпускника:** Математик. Механик. Преподаватель
- 4. Форма образования:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
- 6. Составители программы:** Прядко Ирина Николаевна, к.ф.-м.н.
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета, протокол № 0500-03 от 18.03.2025 г.
- 8. Учебный год:** 2025-2026

Семестр(ы): второй

9. Цели и задачи учебной дисциплины: Цели изучения дисциплины:

- формирование системы знаний о понятиях и методах математической логики;
- формирование представлений о проблемах оснований математики и роли математической логики в их решении;
- изучение студентами основ математической логики, а также приобретение необходимых навыков работы с информационными, логическими и алгоритмическими объектами, которые рассматриваются в курсе.

Задачи учебной дисциплины:

- ознакомить студентов с основами математической логики, сформировать мировоззрение и развить логическое мышление;
- дать студентам знания систем основных математических структур и аксиоматических методов;
- сформировать представления об универсальном характере законов логики математических рассуждений, их применимости в различных областях человеческой деятельности;
- развить алгоритмическую и математическую культуру.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: дисциплина относиться к обязательной части блока Б1.

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Математическая логика» – теория множеств.

Дисциплина «Математическая логика» является необходимой для усвоения учебных курсов по функциональному анализу и компьютерным наукам.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и(или) естественных наук	Знать: базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук Уметь: использовать базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук Владеть навыками математического и статистического моделирования при построении моделей

			физических процессов и явлений и использовать их в профессиональной деятельности
	ОПК-1.2	Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности	Знать: методы решения задач в области математических и (или) естественных наук. Уметь оценивать и формулировать актуальные и значимые проблемы математики. Владеть: способностью оценивать и формулировать актуальные задачи профессиональной деятельности, принимать правильное решение на основе теоретических знаний
	ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Знать: базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук Уметь: использовать базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук Владеть навыками математического и статистического моделирования при построении моделей физических процессов и явлений и использовать их в профессиональной деятельности

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 4/144

Форма промежуточной аттестации(зачет/экзамен) экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		№ 2	
Аудиторные занятия	50		50
в том числе:	лекции	16	16
	практические	34	34
	лабораторные	0	0
Самостоятельная работа	58		58
в том числе: курсовая работа (проект)			
Форма промежуточной аттестации (экзамен – час.)	36		36
Итого:	144		144

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дис-
-----	---------------------------------	-------------------------------	-------------------------

			циплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Логика высказываний	Определение логического следствия. Язык логики высказываний. Следствие в логике высказываний. Основные теоремы логики высказываний.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5547
1.2	Логика предикатов	Язык прикладной логики предикатов. Следствие в прикладной логике предикатов. Основные теоремы логики предикатов.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5547
1.3	Аксиоматические теории	Аксиоматическая арифметика. Логические исчисления и формальная арифметика	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5547
2. Практические занятия			
2.1	Логика высказываний	Язык логики высказываний. Формализация. Проверка логического следствия. Следствие в теории.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5547
2.2	Логика предикатов	Формализация. ЕА-формализация. Проверка логического следствия. Построение совершенных нормальных форм. Анализ и синтез контактных схем. Силлогизмы Аристотеля.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5547
2.3	Аксиоматические теории	Язык прикладной логики предикатов. Следствие в прикладной логике предикатов. Формализация.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5547
3. Лабораторные занятия			

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/ п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практиче- ские	Лаборатор- ные	Самостоятельная работа	Всего
1	Логика высказываний	4	10		18	32
2	Логика предикатов	8	16		22	46
3	Аксиоматические теории	4	8		18	30
	Итого:	16	34		58	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются задачи по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

Самостоятельная учебная деятельность студентов предполагает выполнение следующих заданий:

1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам 1-3 с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;

2) подготовку к текущим аттестациям: выполнение домашних заданий, самостоятельное освоение понятийного аппарата по каждой теме.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учить недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (2 семестр – экзамен).

В случае необходимости перехода на дистанционный режим обучения используется электронный курс «Математическая логика» (URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5547>) на портале «Электронный университет ВГУ».

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Яблонский С.В. Введение в дискретную математику : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Прикладная математика" / С.В. Яблонский ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова . — Изд. 4-е, стер. — М. : Высш. шк., 2006 . — 384 с. (и все предыдущие издания)
2.	Лихтарников Л. М. Математическая логика : Курс лекций: Задачник-практикум и решения : [Учебное пособие для студ. вузов по мат. специальностям] / Л.М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева . — СПб. : Лань, 1999 . — 285 (и все предыдущие издания)

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3.	Ершов Ю. Л. Математическая логика : Учебное пособие / Ю.Л. Ершов, Е.А. Палютин . — 3-

	е изд., стер. — СПб. и др. : Лань, 2004 .— 336 с. (и все предыдущие издания)
4.	Лавров И. А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов : [учебное пособие] / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова .— Изд. 5-е, испр. — М. : Физматлит, 2004 .— 255 с. (и все предыдущие издания)
5.	Математическая логика /Логика высказываний/ [Электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу : пособие для студентов специальностей 01.03.01, 01.05.01, 02.03.01 : [для студентов 1 к. днев. отд-ния] / Воронеж. гос. ун-т ; [сост. : Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-210.pdf >.
6.	Математическая логика /Логика предикатов/ [Электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу : пособие для студентов специальностей 01.03.01, 01.05.01, 02.03.01 : [для 1 к. днев. отд-ния] / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-211.pdf >.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
7.	Лань : электронно-библиотечная система. https://e.lanbook.com/books
8.	Электронный Каталог ЗНБ ВГУ https://lib.vsu.ru/zgate?Init+lib.xml/simple.xsl+rus
9.	Образовательный портал "Электронный университет ВГУ" https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=16087

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	Математическая логика /Логика высказываний/ [Электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу : пособие для студентов специальностей 01.03.01, 01.05.01, 02.03.01 : [для студентов 1 к. днев. отд-ния] / Воронеж. гос. ун-т ; [сост. : Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-210.pdf >.
2.	Математическая логика /Логика предикатов/ [Электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу : пособие для студентов специальностей 01.03.01, 01.05.01, 02.03.01 : [для 1 к. днев. отд-ния] / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ — <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-211.pdf >.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Информационная лекция, практическое занятие самостоятельное изучение лекционного материала на основе предлагаемых электронных учебников, практическое домашнее задание, контрольная работа, экзамен

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины: Учебная аудитория: специализированная мебель

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Логика высказываний	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Домашнее задание, контрольная работа
2	Логика предикатов	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Домашнее задание, контрольная работа
3	Аксиоматические теории	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Домашнее задание, контрольная работа
Промежуточная аттестация форма контроля –экзамен				Перечень вопросов Практическое задание

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: *проверка домашнего задания, контрольная работа*

Пример контрольной работы № 1

Тема Логика высказываний. Введение в алгебру логики.
Вариант 1

.....
Задание 1 Сформулировать определение высказывания.

Задание 2 Сформулировать законы де Моргана.

Задание 3 Сформулировать законы дистрибутивности и доказать один из них.

Задание 4 Формализовать и проверить: «Для того, чтобы элемент x не принадлежал множеству A , достаточно, чтобы он не принадлежал множеству B . Если x принадлежит множеству C , то он принадлежит A или B . Чтобы x принадлежал множеству B , необходимо, чтобы он принадлежал C . Следовательно, x принадлежит B , если и только если он принадлежит C ».

Вариант2

.....

Задание 1 Сформулировать определение предиката.

Задание 2 Сформулировать закон исключенного третьего.

Задание 3 Сформулировать законы дистрибутивности и доказать один из них.

Задание 4 Формализовать и проверить: «Для того, чтобы элемент a принадлежал множеству M , необходимо, чтобы ему принадлежал элемент b или элемент c . Если $b \in M$, то и $a \in M$. Чтобы элемент c не принадлежал M , достаточно, чтобы этому множеству не принадлежал элемент b . Следовательно, $a \in M$ тогда и только тогда, когда $b \in M$ ».

Пример контрольной работы № 2

Тема Замкнутость и полнота систем булевых функций. Логика предикатов
Вариант 1

.....

- Задание 1 Сформулировать определение ограниченных кванторов.
 Задание 2 Сформулировать аксиомы следования Пеано.
 Задание 3 Сформулировать и доказать (одно) правила пронесения кванторов через конъюнкцию.

Задание 4 Формализовать и проверить: «Утверждения $Q(a, c)$ и $R(a, c, z)$ оба справедливы при некотором a . Для любых a и b и любого x , удовлетворяющего условию $P(x)$, утверждение $R(a, b, x)$ выполняется в том и только том случае, когда не справедливо $Q(a, b)$. Следовательно, $P(z)$ ложно».

Вариант2

-
- Задание 1 Сформулировать правила общности.
 Задание 2 Сформулировать аксиомы сложения и умножения.
 Задание 3 Сформулировать и доказать (одно) правила пронесения кванторов через отрицание.

Задание 4 Формализовать и проверить: «Любое x , удовлетворяющее неравенству $x > p$, принадлежит

множеству M . Неравенство $x < s$ должно для всех элементов $x \in M$. Следовательно, любой элемент

x , удовлетворяющий неравенству $x < s$, не удовлетворяет неравенству $x > p$ ».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет теоретическими основами дисциплины, умеет связать теорию с практикой, умеет доказывать теоремы и решать задачи, владеет математическим аппаратом при решении задач	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся владеет теоретическими основами дисциплины; в целом, умеет связать теорию с практикой, умеет доказывать теоремы, но допускает незначительные ошибки, неточности, испытывает затруднения при решении практических задач	Базовый уровень	Хорошо
Обучающийся частично владеет теоретическими основами дисциплины, не умеет решать задачи или допускает существенные ошибки, не умеет связать теорию с практикой.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.	–	Неудовлетворительно

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: *Собеседование по экзаменационным билетам*

№№ п/п	Темы к текущей аттестации (экзамену)
1.	Определение высказывания и предиката.
2.	Определение умозаключения, посылок и заключения.
3.	Определение интерпретации и контрпримера.
4.	Определение логического следствия и следствия в теории.
5.	Определение логических связок (с помощью таблиц истинности).
6.	Определение стандартной интерпретации.
7.	Определение логической эквивалентности.
8.	Определение тавтологии.
9.	Определение логического противоречия.
10.	Свойства логического следствия, эквивалентности, тавтологии и противоречия.
11.	Теорема об отрицании, конъюнкции и дизъюнкции.
12.	Теорема об импликации и двойной импликации.
13.	Определение элементарной конъюнкции, днф и сднф.
14.	Определение элементарной дизъюнкции, кнф и скнф.
15.	Теорема о представлении булевой функции в сднф.
16.	Теорема о представлении булевой функции в скнф.
17.	Определение полной системы булевых функций.
18.	Примеры полных и неполных систем булевых функций.
19.	Элементы языка прикладной логики предикатов (перечислить).
20.	Основные свойства кванторов.
21.	Определение ограниченных кванторов.
22.	Правило обобщения.
23.	Два свойства предиката равенства.
24.	Определение квантора существования и единственности.
25.	Теорема о кванторах, отрицании, конъюнкции и дизъюнкции.
26.	Теорема о кванторах и импликации.
27.	Утверждение о ЕА-формализации.
28.	Проанализировать силлогизм 2аее (например).
29.	Аксиомы следования (А1)-(А3) арифметики Пеано.
30.	Непротиворечивость аксиом (А1)-(А3) арифметики Пеано.
31.	Независимость аксиом (А1)-(А3) арифметики Пеано.
32.	Независимость пятого постулата Евклида.
33.	Аксиомы сложения и умножения арифметики Пеано.
34.	Утверждение: $x + Sy = Sx + y$.
35.	Аксиомы и правило вывода исчисления высказываний.
36.	Основные теоремы об исчислении высказываний.
37.	Аксиомы и правила вывода исчисления предикатов.
38.	Основные теоремы об исчислении предикатов.
39.	Основные теоремы о формальной арифметике.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя три теоретических вопроса, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков.

Примеры практических заданий

1. Формализовать и проверить: «Для того, чтобы элемент x не принадлежал множеству A , достаточно, чтобы он не принадлежал множеству B . Если x принадлежит множеству C , то он принадлежит A или B . Чтобы x принадлежал множеству B , необходимо, чтобы он принадлежал C . Следовательно, x принадлежит B , если и только если он принадлежит C ».

2. С помощью аксиом Пеано доказать, что $3+1 \neq 2$

3. Формализовать и проверить: «Утверждения $Q(a,c)$ и $R(a,c,z)$ оба справедливы при некотором a . Для любых a и b и любого x , удовлетворяющего условию $P(x)$, утверждение $R(a,b,x)$ выполняется в том и только том случае, когда не справедливо $Q(a,b)$. Следовательно, $P(z)$ ложно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Обучающийся в полной мере владеет теоретическими основами дисциплины, умеет связать теорию с практикой, умеет доказывать теоремы и решать задачи, владеет математическим аппаратом при решении задач</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
<i>Обучающийся владеет теоретическими основами дисциплины; в целом, умеет связать теорию с практикой, умеет доказывать теоремы, но допускает незначительные ошибки, неточности, испытывает затруднения при решении практических задач</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
<i>Обучающийся частично владеет теоретическими основами дисциплины, не умеет решать задачи или допускает существенные ошибки, не умеет связать теорию с практикой.</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
<i>Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.</i>	<i>–</i>	<i>Неудовлетворительно</i>

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1) закрытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

Установите соответствие между законом алгебры логики и выражением, его определяющим.

1. Закон коммутативности

2. Закон дистрибутивности

3. Закон ассоциативности

4. Закон де Моргана

c. $A \text{ и } (B \text{ и } C) \Leftrightarrow (A \text{ и } B) \text{ и } C$

a. $A \text{ или } (B \text{ и } C) \Leftrightarrow (A \text{ или } B) \text{ и } (A \text{ или } C)$

d. $A \text{ или } (A \text{ и } B) \Leftrightarrow A$

b. $\text{не } (A \text{ или } B) \Leftrightarrow (\text{не } A) \text{ и } (\text{не } B)$

e. $A \text{ или } B \Leftrightarrow B \text{ или } A$

Ответ: 1. \Leftrightarrow e.; 2. \Leftrightarrow a.; 3. \Leftrightarrow c.; 4. \Leftrightarrow b.

Решение.

$A \text{ или } B \Leftrightarrow B \text{ или } A$ - закон коммутативности дизъюнкции,

$A \text{ или } (B \text{ и } C) \Leftrightarrow (A \text{ или } B) \text{ и } (A \text{ или } C)$ – закон дистрибутивности, дизъюнкции относительно конъюнкции,

$A \text{ и } (B \text{ и } C) \Leftrightarrow (A \text{ и } B) \text{ и } C$ – закон ассоциативности конъюнкции,

$\text{не } (A \text{ или } B) \Leftrightarrow (\text{не } A) \text{ и } (\text{не } B)$ – закон де Моргана,

$A \text{ или } (A \text{ и } B) \Leftrightarrow A$ – закон поглощения,

2) Пусть даны высказывания: A - «число n делится на 2», B - «число n делится на 3», C - «число n делится на 6». Сопоставить следующие высказывания с их формализованной записью.

1. Если число n делится на 2 и делится на 3, то число n делится на 6.

2. Если число n не делится на 2, но делится на 3, то число n не делится на 6.

3. Если неверно, что число n делится на 2 или на 3, то число n не делится на 6.

4. Если число n делится на 6, то число n делится на 3.

a. $(\text{не } A) \text{ или } B \Rightarrow (\text{не } C)$.

b. $A \text{ и } B \Rightarrow C$.

c. $(\text{не } A) \text{ или } (\text{не } B) \Rightarrow (\text{не } C)$.

d. $(\text{не } A) \text{ и } B \Rightarrow (\text{не } C)$.

e. $\text{не } (A \text{ или } B) \Rightarrow (\text{не } C)$.

f. $C \Rightarrow B$.

Ответ: 1. \Leftrightarrow b.; 2. \Leftrightarrow d.; 3. \Leftrightarrow e.; 4. \Leftrightarrow f.

Решение.

$A \text{ и } B \Rightarrow C$: Если число n делится на 2 и делится на 3, то число n делится на 6.

$(\text{не } A) \text{ и } B \Rightarrow (\text{не } C)$: Если число n не делится на 2, но делится на 3, то число n не делится на 6.

$\text{не } (A \text{ или } B) \Rightarrow (\text{не } C)$: Если неверно, что число n делится на 2 или на 3, то число n не делится на 6.

$C \Rightarrow B$: Если число n делится на 6, то число n делится на 3.

$(\text{не } A) \text{ или } B \Rightarrow (\text{не } C)$: Если число n не делится на 2 или делится на 3, то число n не делится на 6.

$(\text{не } A) \text{ или } (\text{не } B) \Rightarrow (\text{не } C)$: Если число n не делится на 2 или не делится на 3, то число n не делится на 6.

3) Установите соответствие между названием логической операции и её словесным выражением.

- | | |
|---------------|---------------------------------------|
| 1. Конъюнкция | a. если ... то |
| 2. Дизъюнкция | b. и |
| 3. Импликация | c. не |
| 4. Отрицание | d. тогда и только тогда, когда |
| | e. или |

Ответ: 1. \leftrightarrow b.; 2. \leftrightarrow e.; 3. \leftrightarrow a.; 4. \leftrightarrow c.

Решение.

и – конъюнкция,
или – дизъюнкция,
если ... то – импликация,
не – отрицание,
тогда и только тогда, когда – двойная импликация.

4) Установите соответствие между логически эквивалентными высказываниями.

- | | |
|--|---|
| 1. $A \Rightarrow B$. | a. (не A) и B. |
| 2. $B \Rightarrow A$. | b. (A и B) \Rightarrow C . |
| 3. $A \Leftrightarrow B$. | c. ($A \Rightarrow B$) и ($B \Rightarrow A$) . |
| 4. $A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$. | d. (не A) \Rightarrow (не B) . |
| | e. (не A) или B. |

Ответ: 1. \leftrightarrow e.; 2. \leftrightarrow d.; 3. \leftrightarrow c.; 4. \leftrightarrow b.

Решение.

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow ((\text{не } A) \text{ или } B)$$

$$(B \Rightarrow A) \Leftrightarrow ((\text{не } A) \Rightarrow (\text{не } B))$$

$$(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow B) \text{ и } (B \Rightarrow A))$$

$$A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \Leftrightarrow (A \text{ и } B) \Rightarrow C$$

Логическую эквивалентность нетрудно проверить с помощью таблиц истинности.

5) Установите соответствие между утверждением и верной записью его отрицания через кванторы.

1. Функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 .

2. Функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$.

3. Функция $f(x)$ равномерно непрерывна на отрезке $[a, b]$.

a. $\forall(x_0 \in [a, b]) \forall(\varepsilon > 0) \exists(\delta > 0) \forall(x : |x - x_0| < \delta) [|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon]$

b. $\exists(\varepsilon > 0) \forall(\delta > 0) \exists(x : |x - x_0| < \delta) [|f(x) - f(x_0)| \geq \varepsilon]$

c. $\forall(\varepsilon > 0) \exists(\delta > 0) \forall(x : |x - x_0| < \delta) [|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon]$

d. $\exists(\varepsilon > 0) \forall(\delta > 0) \exists(x_1, x_2 \in [a, b]) : |x_1 - x_2| < \delta [|f(x_1) - f(x_2)| \geq \varepsilon]$

e. $\exists(x_0 \in [a, b]) \exists(\varepsilon > 0) \forall(\delta > 0) \exists(x : |x - x_0| < \delta) [|f(x) - f(x_0)| \geq \varepsilon]$

f. $\forall(\varepsilon > 0) \exists(\delta > 0) \forall(x_1, x_2 \in [a, b]) : |x_1 - x_2| < \delta [|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon]$

Ответ: 1. \leftrightarrow b.; 2. \leftrightarrow e.; 3. \leftrightarrow d.

Решение.

1. Функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 ; запись в кванторах

$\forall(\varepsilon > 0) \exists(\delta > 0) \forall(x : |x - x_0| < \delta) [|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon]$; результат пронесения отрицания через кванторы $\exists(\varepsilon > 0) \forall(\delta > 0) \exists(x : |x - x_0| < \delta) [|f(x) - f(x_0)| \geq \varepsilon]$.

2. Функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$; запись в кванто-

рах $\forall(x_0 \in [a, b]) \forall(\varepsilon > 0) \exists(\delta > 0) \forall(x : |x - x_0| < \delta) [|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon]$; результат пронесения отрицания через кванторы $\exists(x_0 \in [a, b]) \exists(\varepsilon > 0) \forall(\delta > 0) \exists(x : |x - x_0| < \delta) [|f(x) - f(x_0)| \geq \varepsilon]$.

3. Функция $f(x)$ равномерно непрерывна на отрезке $[a, b]$; запись в кванторах

$\forall(\varepsilon > 0) \exists(\delta > 0) \forall(x_1, x_2 \in [a, b]) : |x_1 - x_2| < \delta [|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon]$; результат пронесения отрицания через кванторы $\exists(\varepsilon > 0) \forall(\delta > 0) \exists(x_1, x_2 \in [a, b]) : |x_1 - x_2| < \delta [|f(x_1) - f(x_2)| \geq \varepsilon]$.

2) открытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1) Верно, что логическую функцию $A \mid B = \text{не}(A \text{ и } B)$ называют стрелкой Пирса?

Ответ: неверно.

Решение. Эту операцию называют штрих Шеффера, а стрелкой Пирса называют $A \downarrow B = \text{не}(A \text{ или } B)$.

2) Верно ли, что логическая формула $(A \mid B) \mid (A \mid B)$ эквивалентна конъюнкции $A \text{ и } B$?

Ответ: верно.

Решение. $A \text{ и } B \Leftrightarrow \overline{\overline{A \text{ и } B}} \Leftrightarrow \overline{A \mid B} \Leftrightarrow (A \mid B) \mid (A \mid B)$.

3) Верно ли, что логическая формула $(A \downarrow B) \downarrow (A \downarrow B)$ эквивалентна дизъюнкции $A \text{ или } B$?

Ответ: верно.

Решение. $A \text{ или } B \Leftrightarrow \overline{\overline{\overline{A \text{ или } B}}} \Leftrightarrow \overline{A \downarrow B} \Leftrightarrow (A \downarrow B) \downarrow (A \downarrow B)$.

4) Верно ли, что ограниченный квантор $\forall(x: A(x))B(x)$ по определению считается равным неограниченному квантору $\forall(x)[A(x) \Rightarrow B(x)]$?

Ответ: верно.

Решение. Верно по определению.

15) Верно ли, что ограниченный квантор $\exists(x: A(x))B(x)$ по определению считается равным неограниченному квантору $\exists(x)[A(x) \Rightarrow B(x)]$?

Ответ: неверно.

Решение. Ограниченный квантор $\exists(x: A(x))B(x)$ по определению считается равным неограниченному квантору $\exists(x)[A(x) \text{ и } B(x)]$, который не эквивалентен $\exists(x)[A(x) \Rightarrow B(x)]$, поскольку конъюнкция не эквивалентна импликации.

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;

- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).